最小二乘混合有限元方法在板问题和磁动力问题中的应用

高少芹

摘要

现代科学、技术、工程中的大量数学模型都可以用微分方程来描述，很多近代自然科学的基本方程本身就是微分方程。有限元方法是求解微分方程的一个重要且行之有效的方法，最小二乘混合有限元方法主要运用于高阶微分方程或未知量多于两个的微分方程的数值求解。

本文中讨论的最小二乘有限元方法 (LSFM)的主要思想是: 首先把原来的微分方程通过引进新的变量降阶形成新的一阶格式， 然后求残余方程在最小二乘意义下的极小，也就是求泛函极小的变分问题。 最后用混合有限元方法求解变分问题。

本文详细讨论了最小二乘有限元方法在薄板弯曲问题以及不可压磁动力问题中的应用。主要证明了和两种问题相应的变分问题中泛函的强制性，从而得到了它们的弱解的适定性，并且给出了两种问题相应的有限元解的收敛性和误差分析。

对于磁动力问题，为了使有限元解达到最优或者降低对原问题解的光滑性要求，我们又引进了带有负一范数的最小二乘有限元方法，同时分析了这种最小二乘有限元方法的稳定性与收敛性。

关键词： 最小二乘混合有限元方法，不可压磁动力问题，薄板问题， 负范数。