

# SPNP 晶体管辐照损伤效应的 有限元数值模拟<sup>\*1)</sup>

倪宇晖<sup>1</sup> 张倩茹<sup>2,3</sup> 王芹<sup>2,3</sup> 阳莺<sup>1</sup> 卢本卓<sup>2,3,2)</sup>

(1. 桂林电子科技大学数学与计算科学学院, 广西高校数据分析与重点实验室, 桂林 541004)

(2, LSEC, 国家数学与交叉科学中心, 中国科学院数学与系统科学研究院,  
计算数学与科学工程计算研究所, 北京 100190)

(3. 中国科学院大学数学科学学院, 北京 100049)

## 摘 要

结合辐照损伤模型和漂移扩散模型, 研究辐照效应对衬底 PNP (SPNP) 双极型晶体管电学性质的影响. 基于三维并行自适应有限元平台 Parallel Hierarchical Grid (PHG), 采用倒数平均有限元法对漂移扩散方程进行离散求解. 同时, 对间断的掺杂分布做了连续化处理, 使其更接近于物理实际, 也更有利于数值计算的健壮性. 数值模拟再现了辐照后 SPNP 晶体管出现的基极电流增大及电流增益退化现象, 并与横向 PNP (LPNP) 晶体管进行对照, 最终得到这两类晶体管对辐照损伤的敏感程度上的差异.

**关键词:** SPNP 晶体管; 漂移扩散模型; 辐照损伤模型; 倒数平均有限元.

**MR (2010) 主题分类:** 62P35.

## FINITE ELEMENT SIMULATIONS OF RADIATION DAMAGE EFFECTS OF SUBSTRATE PNP BJTS

Ni Yuhui<sup>1</sup> Zhang Qianru<sup>2,3</sup> Wang Qin<sup>2,3</sup> Yang Ying<sup>1</sup> Lu Benzhuo<sup>2,3</sup>

(1. *Department of Computational Science and Mathematics, Guangxi Colleges and Universities Key Laboratory of Data Analysis and Computation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China*)

(2. *LSEC, NCMIS, Institute of Computational Mathematics and Scientific/Engineering Computing, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(3. *School of Mathematical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

## Abstract

The effects of irradiation on Substrate PNP (SPNP) bipolar junction transistors (BJTs) are studied by combining the radiation damage model and the drift-diffusion (DD) model. Based on Parallel Hierarchical Grid (PHG), a three-dimensional parallel adaptive finite

\* 2021 年 11 月 6 日收到.

<sup>1)</sup> 基金项目: 国家自然科学基金 (11771435, 22073110, 12161026)、广西自然科学基金 (2020GXNS-FAA159098)、桂林电子科技大学数学与计算科学学院研究生优秀学位论文培育项目 (2020YJSPYA02) 资助.

<sup>2)</sup> 通信作者: 卢本卓, Email: bzlu@lsec.cc.ac.cn.

element platform, the DD model is solved by an inverse averaging finite element method. The discontinuous doping distribution is treated as continuous one to make it closer to the physical reality, and beneficial to the robustness of numerical calculation. The phenomenon of the base current increase and the current gain degradation for irradiated SPNP BJTs are simulated. Through comparing SPNP BJTs with Lateral PNP (LPNP) BJTs, differences between the sensitivity of these two types of BJTs to radiation damage are obtained.

**Keywords:** SPNP BJTs; drift-diffusion model; radiation damage; inverse averaging finite element.

**2010 Mathematics Subject Classification:** 62P35.

## 1. 引言

双极型晶体管 (BJTs, bipolar junction transistors) 是一类由两个背靠背的 PN 结构成的半导体器件. 含有双极型晶体管的集成电路是航天器电子系统的重要组成部分. 航天器飞行期间, 电子系统承担了与地面进行数据交换和控制航天器飞行的重要任务. 嵌入卫星的电子设备均会受到空间辐照效应的影响, 当辐照效应累积到一定量时, 双极型晶体管的宏观物理性质将被改变.

无论是研制半导体器件还是进行辐照损伤试验, 成本皆十分高昂. 因此建立辐照损伤模型并将其用于模拟辐照效应对半导体器件电学特性的影响就显得尤为重要. Florida 大学 Mark Law 团队提出了电离损伤模型, 并开发了辐照损伤模拟软件包 FLOODS<sup>[1-3]</sup>. Sandia 实验室开发了半导体器件并行模拟器 CHARON<sup>[4]</sup> 并且给出了辐照损伤的研究报告<sup>[5]</sup>. 但是, FLOODS 仅适用于单晶体管, 且只能进行一维或二维的辐照损伤效应模拟. CHARON 能用于高注量脉冲中子瞬态损伤效应模拟, 但它是一种非开源的实验室专用软件. 主流的商用半导体工艺模拟以及器件模拟工具 Technology Computer Aided Design (TCAD) 包含的辐照损伤模型比较简单, 不能模拟典型的辐照损伤效应.

目前, 国内在半导体领域辐照损伤方面的研究以试验为主, 在我们之前的工作中, 已经基于国产的三维并行有限元平台 PHG<sup>[6]</sup>, 针对场效应晶体管 MOSFET 器件和双极性晶体管, 发展了 Zlamal 有限元方法和三维自适应稳定化有限元 (SUPG-IP) 方法并进行了模拟计算<sup>[7,8]</sup>, 并开发了适用于半导体器件辐照损伤效应模拟的三维并行仿真应用软件 3Ddevice<sup>[9]</sup>. 本文对漂移扩散模型<sup>[10]</sup> 采用我们最新发展的倒数平均有限元法<sup>[11-13]</sup> 求解, 用数值模拟的方法研究辐照损伤效应<sup>[14,15]</sup> 对衬底 PNP (SPNP) 晶体管电学性质的影响, 并与横向 PNP (SPNP) 晶体管进行对比分析. 数值结果表明, 相比于 LPNP 晶体管, SPNP 晶体管对辐照的敏感程度更低, 与实验结果一致<sup>[16,17]</sup>.

本文组织结构安排如下, 在第 2 节我们详细介绍了漂移扩散模型及倒数平均有限元方法, 并且介绍了辐照损伤效应. 第 3 节探究了辐照总剂量对 SPNP 晶体管的影响程度, 并与 LPNP 晶体管对比. 第 4 节对本文的工作进行总结.

## 2. 模型与数值方法

### 2.1. 漂移扩散模型

记计算区域为  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ ,  $\Omega_S$  和  $\Omega_O$  分别表示晶体管的半导体材料区域和氧化层区域, 且

有  $\Omega = \Omega_S \cup \Omega_O$ . 漂移扩散模型<sup>[10]</sup> 含一个描述系统电势分布的 Poisson 方程:

$$-\nabla \cdot \varepsilon \nabla \psi = e_c(p - n + N_D - N_A), \quad \text{in } \Omega,$$

和描述电子和空穴运动规律的两个载流子连续性方程:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_p - R_p, \quad \text{in } \Omega_S,$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_n - R_n, \quad \text{in } \Omega_S.$$

这里  $\mathbf{J}_p$  和  $\mathbf{J}_n$  分别是空穴电流密度和电子电流密度:

$$\mathbf{J}_p = -D_p \nabla p + \mu_p p \left( -\nabla \psi + \frac{k_B T}{e_c} \nabla \log n_{ie} \right),$$

$$\mathbf{J}_n = -D_n \nabla n - \mu_n n \left( -\nabla \psi - \frac{k_B T}{e_c} \nabla \log n_{ie} \right),$$

其中待求解的变量为静电势  $\psi$ , 空穴浓度  $p$ , 电子浓度  $n$ . 介电常数  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_S$ ,  $\varepsilon_0$  是真空介电常数,  $\varepsilon_S$  是相对介电常数,  $e_c$  是单位电荷量,  $N_D$  是半导体材料中施主杂质的掺杂浓度,  $N_A$  是半导体材料中受主杂质的掺杂浓度,  $D_p$  和  $D_n$  分别是空穴和电子的扩散系数,  $\mu_p$  和  $\mu_n$  分别是空穴和电子的迁移率,  $k_B$  是 Boltzmann 常数,  $T$  是开尔文温度,  $n_{ie}$  是半导体材料的本征载流子浓度,  $R_p$  和  $R_n$  分别是空穴和电子的复合产生项.

在不考虑能带变窄效应时, 一般将  $n_{ie}$  视为常数, 即  $\nabla \log n_{ie} = 0$ , 且 Einstein 关系  $\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_B T}{e_c}$  成立, 因此  $\mu_p = \frac{e_c}{k_B T} D_p$ ,  $\mu_n = \frac{e_c}{k_B T} D_n$ . 我们不考虑空穴和电子的复合与产生带来的影响, 即  $R_p = R_n = 0$ . 引入变量  $u = \frac{e_c}{k_B T} \psi$ , 对静电势  $\psi$  进行无量纲化, 方程组变成:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot \varepsilon \nabla u &= \frac{e_c^2}{k_B T} (p - n + N_D - N_A), \quad \text{in } \Omega, \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\nabla \cdot \mathbf{J}_p, \quad \text{in } \Omega_S, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\nabla \cdot \mathbf{J}_n, \quad \text{in } \Omega_S, \end{aligned} \tag{2.1}$$

其中  $\mathbf{J}_p$  和  $\mathbf{J}_n$  为,

$$\mathbf{J}_p = -D_p (\nabla p + p \nabla u),$$

$$\mathbf{J}_n = -D_n (\nabla n - n \nabla u).$$

记  $\Gamma$  为半导体材料区域  $\Omega_S$  和氧化层区域  $\Omega_O$  的界面,  $\partial\Omega_m$  为  $\Omega_S$  引出金属电极的边界面,  $\Omega$  的其它边界面的集合记作  $\partial\Omega_F$ . 考虑如下边界条件:

$$\begin{aligned} u|_{\partial\Omega_m} &= u_d, p|_{\partial\Omega_m} = p_d, n|_{\partial\Omega_m} = n_d, \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega_F} &= \mathbf{J}_p \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma \cup \partial\Omega_F} = \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma \cup \partial\Omega_F} = 0, \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{n}$  是边界单位外法向量, 其它的边界条件可参考 (2.2)-(2.5).

## 2.2. 掺杂的扩散处理

以具备不同的掺杂浓度的两个相邻区域为例, 如果不考虑半导体材料内杂质的扩散, 则掺杂浓度  $N_D$  和  $N_A$  可写成如下分段函数的形式:

$$N_D = \begin{cases} N_D^1, & \text{in } \Omega_1, \\ N_D^2, & \text{in } \Omega_2, \end{cases} \quad N_A = \begin{cases} N_A^1, & \text{in } \Omega_1, \\ N_A^2, & \text{in } \Omega_2. \end{cases}$$

事实上, 半导体材料中的杂质原子会向浓度低的区域扩散, 间断式的掺杂浓度与实际情况存在较大的偏差. 连续的掺杂浓度更有利于数值计算, 它能够在更高电压的情况下, 计算得到器件的电流结果. 为了更好地模拟器件的电学性质, 以掺杂浓度  $N_D$  为例, 参考文献 [18] 中扩散系数函数, 取如下连续的杂质分布函数作为近似:

$$N_D = \begin{cases} N_D^1, & x > d, \\ N_D^1 + \left( n \left( \frac{d-x}{2d} \right)^{n+1} - (n-1) \left( \frac{d-x}{2d} \right)^n \right) \cdot (N_D^1 - N_D^2), & |x| \leq d, \\ N_D^2, & x < -d, \end{cases}$$

其中  $d = 0.3\mu\text{m}$  是最大扩散距离,  $n = 9$  是一个常数,  $|x|$  表示单元重心到两区域界面的距离, 且  $x$  在区域  $\Omega_1$  内取正, 区域  $\Omega_2$  内取负.

## 2.3. 辐照损伤效应

辐照对晶体管的辐照损伤机制 [8] 主要有两类: 第一类是氧化层内的深能级体缺陷俘获电子/空穴后诱发电场改变; 第二类是氧化物 - 半导体界面  $\Gamma$  处的界面缺陷累积导致的复合作用增强. 氧化层中的各类缺陷、电子、空穴以及辐照源之间的反应和扩散过程也满足类似的复合产生反应方程和漂移扩散方程, 本文用到的更详细的电离辐照损伤模型请参照文献 [19].

第一类辐照损伤机制会导致氧化层出现正电荷, 从而对器件电场造成影响, 致使计算氧化层区域的电势时需要加上带电缺陷项, 因此在氧化层区域的 Poisson 方程为:

$$-\nabla \cdot \varepsilon \nabla u = Q^+, \quad \text{in } \Omega_O,$$

其中  $Q^+$  表示氧化层内带电缺陷的总电荷.

第二类辐照损伤机制中的界面缺陷会引发表面复合, 从而导致载流子浓度和电势的变化, 其中氧化物 - 半导体界面  $\Gamma$  处关于电势  $\psi$  的边界条件为

$$\left[ \varepsilon_S \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = \sigma_{\text{it}}, \quad (2.2)$$

其中  $[\cdot]_{\Gamma}$  表示在界面  $\Gamma$  的跳量,  $\sigma_{\text{it}} = e_c N_{\text{it}}$  是界面电荷密度. 利用  $u = \frac{e_c}{k_B T} \psi$  可得变量  $u$  在界面  $\Gamma$  的边界条件为

$$\left[ \frac{\varepsilon_S k_B T}{e_c} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Gamma} = \sigma_{\text{it}}. \quad (2.3)$$

实验表明表面复合率  $U_s$  与表面处的非平衡载流子浓度  $(\Delta c)_s$  成正比 [20], 即  $U_s = r N_{\text{it}} (\Delta c)_s$ , 这里的  $r$  表示俘获系数,  $N_{\text{it}}$  表示界面缺陷密度. 在氧化物 - 半导体界面  $\Gamma$  上的任意区域  $F$  有

$$\int_F \mathbf{J}_p \cdot \mathbf{n} dF = \int_F \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{n} dF = \int_F U_s dF = \int_F r N_{\text{it}} (\Delta c)_s dF,$$

于是,

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_p \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} &= (-D_c \nabla p + \mu_p p (-\nabla \psi)) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = \left( -D_c \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} - \mu_p p \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \right) \Big|_{\Gamma} = U_s, \\ \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} &= (-D_c \nabla n - \mu_n n (-\nabla \psi)) \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma} = \left( -D_c \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} + \mu_n n \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \right) \Big|_{\Gamma} = U_s.\end{aligned}\quad (2.4)$$

由界面处电势  $\psi$  的边界条件可以得到氧化物 - 半导体界面处的空穴浓度  $p$  和电子浓度  $n$  的边界条件:

$$\begin{aligned}D_p \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} &= -\mu_p p \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} - U_s = \left( -\frac{\mu_p e_c}{\varepsilon} p - r(\Delta c)_s \right) \cdot N_{it}, \\ D_n \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} &= \mu_n n \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\Gamma} - U_s = \left( \frac{\mu_n e_c}{\varepsilon} n - r(\Delta c)_s \right) \cdot N_{it}.\end{aligned}\quad (2.5)$$

## 2.4. 倒数平均有限元法

本节将给出新发展的倒数平均有限元法<sup>[11-13]</sup> 离散辐照损伤效应下连续性方程 (2.1) 的具体步骤.

基于该方程的特有属性, 我们首先对方程变量进行指数变换, 这里引入 Slotboom<sup>[21]</sup> 变量  $\Phi_p$  和  $\Phi_n$ :

$$\Phi_p = pe^u, \quad \Phi_n = ne^{-u},$$

变量替换后,  $\mathbf{J}_p = -D_p e^{-u} \nabla \Phi_p$ ,  $\mathbf{J}_n = -D_n e^u \nabla \Phi_n$ .

令  $H_D^1(\Omega_S) = \{\omega \in H^1(\Omega_S) : \omega|_{\partial\Omega_m} = 0\}$ , 其中  $H^1(\Omega_S)$  是弱可微函数的 Sobolev 空间. 则方程 (2.1) 的变分形式为: 寻找  $\Phi_p \in H_c^1(\Omega)$  和  $\Phi_n \in H_c^1(\Omega)$ , 使得对  $\forall v \in H_D^1(\Omega_S)$  有

$$\int_{\Omega_S} \mathbf{J}_p \cdot \nabla v \, d\Omega_S = - \int_{\Omega_S} R_p v \, d\Omega_S, \quad (2.6)$$

$$\int_{\Omega_S} \mathbf{J}_n \cdot \nabla v \, d\Omega = - \int_{\Omega_S} R_n v \, d\Omega. \quad (2.7)$$

设  $\mathcal{T}_h$  是区域  $\Omega_S$  的四面体网格剖分,  $N_v$  是节点总数, 用  $X_h = \{q_j\}_{j=1}^{N_h}$  表示  $\mathcal{T}_h$  内的所有节点,  $T \in \mathcal{T}_h$  是四面体单元. 定义分段线性有限元空间  $V_h \subset H_D^1(\Omega_S)$ . Slotboom 变量  $\Phi_p$  和  $\Phi_n$  可以被表示为  $\Phi_{nh} = \sum_i \Phi_{nh}(q_i) \varphi_i$ ,  $\Phi_{ph} = \sum_i \Phi_{ph}(q_i) \varphi_i$ , 其中  $\varphi_i$  是节点  $q_i$  上的线性拉格朗日基函数. 由于在区域内的通量密度变化不大, 所以  $\mathbf{J}_p$  和  $\mathbf{J}_n$  在单元内部可以视作常向量, 我们也可以将  $e^u$  和  $e^{-u}$  在每个单元内部近似为常数  $E_T(u)$  和  $E_T(-u)$ . 因此 (2.6) 和 (2.7) 的弱形式为

$$\begin{aligned}\int_{\Omega_S} \mathbf{J}_p \cdot \nabla v \, d\Omega_S &\approx \sum_{T \in \mathcal{T}_h} D_n E_T(u) \int_T \nabla \Phi_{nh} \cdot \nabla v_h \, dT \\ &= \sum_{T \in \mathcal{T}_h} D_n E_T(u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{nh}(q_j) \int_T \nabla \varphi_j \cdot \nabla v_h \, dT, \\ \int_{\Omega_S} \mathbf{J}_n \cdot \nabla v \, d\Omega_S &\approx \sum_{T \in \mathcal{T}_h} D_p E_T(-u) \int_T \nabla \Phi_{ph} \cdot \nabla v_h \, dT \\ &= \sum_{T \in \mathcal{T}_h} D_p E_T(-u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{ph}(q_j) \int_T \nabla \varphi_j \cdot \nabla v_h \, dT.\end{aligned}$$

下面给出两个载流子方程单元刚度矩阵  $A_n = (a_{ij}^T)_{T \in \mathcal{T}_h}$  和  $A_p = (b_{ij}^T)_{T \in \mathcal{T}_h}$  的计算步骤, 在单元  $T$  上,  $v_h$  是线性分段有限元基函数, 所以有

$$D_n E_T(u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{nh}(q_j) \int_T \nabla \varphi_j \cdot \nabla \varphi_i \, dT \triangleq D_n E_T(u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{nh}(q_j) e_{ij}^T,$$

$$D_p E_T(-u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{ph}(q_j) \int_T \nabla \varphi_j \cdot \nabla \varphi_i \, dT \triangleq D_p E_T(-u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{ph}(q_j) e_{ij}^T,$$

其中  $e_{ij}^T = \int_T \nabla \varphi_j \cdot \nabla \varphi_i \, dT$ , 根据单元上的几何性质, 可以得到  $e_{ii}^T = -\sum_{j \neq i} e_{ij}^T$ . 记  $\varepsilon_{ij} = \overline{q_i q_j}$ , 因此上式可以改写为如下形式

$$D_n E_T(u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{nh}(q_j) e_{ij}^T = -D_n \sum_{q_j \in T, q_j \neq q_i} E_T(u) (\Phi_{nh}(q_i) - \Phi_{nh}(q_j)) e_{ij}^T$$

$$\triangleq -D_n \sum_{q_j \in T, q_j \neq q_i} E_{\varepsilon_{ij}}(u) (\Phi_{nh}(q_i) - \Phi_{nh}(q_j)) e_{ij}^T, \quad (2.8)$$

$$D_p E_T(-u) \sum_{q_j \in T} \Phi_{ph}(q_j) e_{ij}^T = -D_p \sum_{q_j \in T, q_j \neq q_i} E_T(-u) (\Phi_{ph}(q_i) - \Phi_{ph}(q_j)) e_{ij}^T$$

$$\triangleq -D_p \sum_{q_j \in T, q_j \neq q_i} E_{\varepsilon_{ij}}(-u) (\Phi_{ph}(q_i) - \Phi_{ph}(q_j)) e_{ij}^T, \quad (2.9)$$

这里我们用  $E_{\varepsilon_{ij}}(u)$  和  $E_{\varepsilon_{ij}}(-u)$  分别表示  $e^u$  和  $e^{-u}$  在边  $\varepsilon_{ij}$  上的倒数平均值, 即

$$E_{\varepsilon_{ij}}(u) = \left( \frac{\int_{q_i}^{q_j} e^{-u} ds}{|\varepsilon_{ij}|} \right)^{-1}, \quad E_{\varepsilon_{ij}}(-u) = \left( \frac{\int_{q_i}^{q_j} e^u ds}{|\varepsilon_{ij}|} \right)^{-1}. \quad (2.10)$$

假设  $u$  在边  $\varepsilon_{ij}$  上是线性的, 那么有

$$u(x) = \left( \frac{u_j - u_i}{|\varepsilon_{ij}|} \right) (x - x_{q_i}) + u_i, \quad x \in [x_{q_i}, x_{q_j}].$$

将上式代入 (2.10) 可得

$$E_{\varepsilon_{ij}}(u) = \left( \frac{\int_{q_i}^{q_j} e^{-u} ds}{|\varepsilon_{ij}|} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{|\varepsilon_{ij}|} \int_{x_{q_i}}^{x_{q_j}} e^{-u_i} \left( \frac{e^{u_j}}{e^{u_i}} \right)^{\frac{x-x_{q_i}}{|\varepsilon_{ij}|}} ds \right)^{-1} = \frac{u_i - u_j}{e^{-u_j} - e^{-u_i}} = e^{u_i} B(u_i - u_j),$$

$$E_{\varepsilon_{ij}}(-u) = \left( \frac{\int_{q_i}^{q_j} e^u ds}{|\varepsilon_{ij}|} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{|\varepsilon_{ij}|} \int_{x_{q_i}}^{x_{q_j}} e^{u_i} \left( \frac{e^{u_j}}{e^{u_i}} \right)^{\frac{x-x_{q_i}}{|\varepsilon_{ij}|}} ds \right)^{-1} = \frac{u_j - u_i}{e^{u_j} - e^{u_i}} = e^{u_i} B(u_j - u_i),$$

其中  $B(s)$  为 Bernoulli 函数, 定义为

$$B(s) = \begin{cases} \frac{t}{e^t - 1}, & t \neq 0, \\ 1, & t = 0. \end{cases}$$

将  $E_{\varepsilon_{ij}}(u)$  和  $E_{\varepsilon_{ij}}(-u)$  的表达式代入 (2.8) 和 (2.9) 得

$$D_n E_T(u) \int_T \nabla \Phi_{nh} \cdot \nabla \varphi_i \, dT = -D_n \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} E_{\varepsilon_{ij}}(u) (e^{-u_i} n_h(q_i) - e^{-u_j} n_h(q_j)) e_{ij}^T$$

$$\begin{aligned}
&= \left( - \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} D_n B(u_i - u_j) e_{ij}^T \right) n_h(q_i) + \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} (D_n B(u_j - u_i) e_{ij}^T) n_h(q_j), \\
D_p E_T(-u) \int_T \nabla \Phi_{ph} \cdot \nabla \varphi_i dT &= -D_p \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} E_{\varepsilon_{ij}}(-u) (e^{u_i} p_h(q_i) - e^{u_j} p_h(q_j)) e_{ij}^T \\
&= \left( - \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} D_p B(u_j - u_i) e_{ij}^T \right) p_h(q_i) + \sum_{\substack{q_j \in T \\ q_j \neq q_i}} (D_p B(u_i - u_j) e_{ij}^T) p_h(q_j),
\end{aligned}$$

此处的  $n_h$  和  $p_h$  是原方程的离散解, 所以单元刚度矩阵中的元素满足

$$\begin{aligned}
a_{ij}^T &= \begin{cases} D_n B(u_j - u_i) e_{ij}^T, & j \neq i, \\ - \sum_{k \neq i} D_n B(u_i - u_k) e_{ik}^T, & j = i. \end{cases} \\
b_{ij}^T &= \begin{cases} D_p B(u_i - u_j) e_{ij}^T, & j \neq i, \\ - \sum_{k \neq i} D_p B(u_k - u_i) e_{ik}^T, & j = i. \end{cases}
\end{aligned}$$

### 3. 数值结果

在本节, 为了验证数值结果与实验结果的一致性, 我们数值模拟了 SPNP 晶体管出现的基极电流增大及电流增益退化现象, 并与 LPNP 晶体管进行了对比. 此实验是在“科学与工程计算国家重点实验室”LSSC-IV 集群上进行的.

#### 3.1. 晶体管信息

SPNP 晶体管有四个电极, 分别为发射极、基极、集电极和衬底极. 工作状态下, 晶体管的发射极一般接地, 集电极与发射极之间偏压  $V_{CE} = -1V$ , 基极与发射极的偏压  $V_{BE}$  在  $0V \sim -1V$  范围内. 参与对比的 LPNP 晶体管的偏压设定与 SPNP 相同, 晶体管参数如表 1 所示.

表 1 晶体管参数

晶体管参数	SPNP	LPNP
基区宽度/ $\mu m$	0.6	2.0
发射区掺杂浓度/ $cm^{-3}$	$3 \times 10^{15}$	$3 \times 10^{15}$
集电区掺杂浓度/ $cm^{-3}$	$1 \times 10^{15}$	$1 \times 10^{15}$
基区掺杂浓度/ $cm^{-3}$	$5 \times 10^{13}$	$5 \times 10^{13}$
衬底区掺杂浓度/ $cm^{-3}$	$3 \times 10^{15}$	/

计算中所使用的 SPNP 晶体管网格包含 820387 个四面体单元和 148722 个节点, LPNP 晶体管网格中包含 224381 个四面体单元和 42960 个节点, 见图 1.

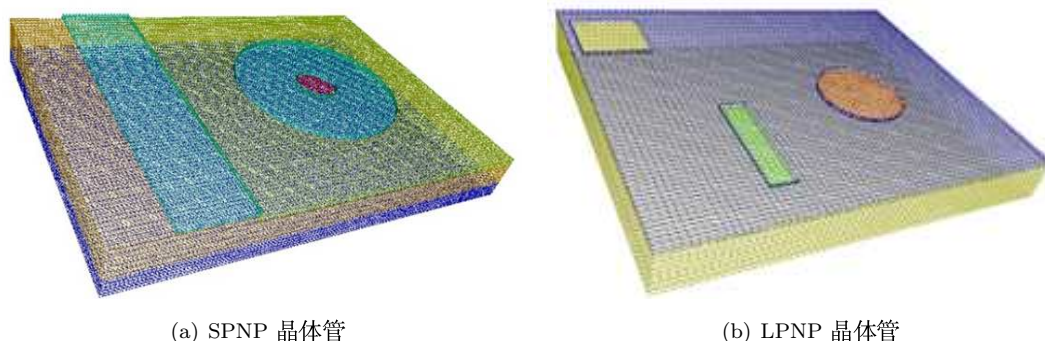


图 1 器件网格

### 3.2. 仿真结果

理论上, 在固定剂量率的条件下, 辐照引起的界面缺陷随着总剂量的增加而增加. 由文 [22] 的理论和实验结果可知, 界面缺陷密度与总剂量呈线性关系. 根据辐照损伤效应, 我们求出了剂量率为  $100\text{rad/s}$  时, 不同总剂量下的界面缺陷密度, 如图 2 所示. 两个晶体管的界面缺陷密度都随着总剂量呈线性增长, 且在相同的总剂量下, 在氧化物 - 半导体界面处, LPNP 晶体管产生的界面缺陷大约是 SPNP 晶体管的 6 倍.

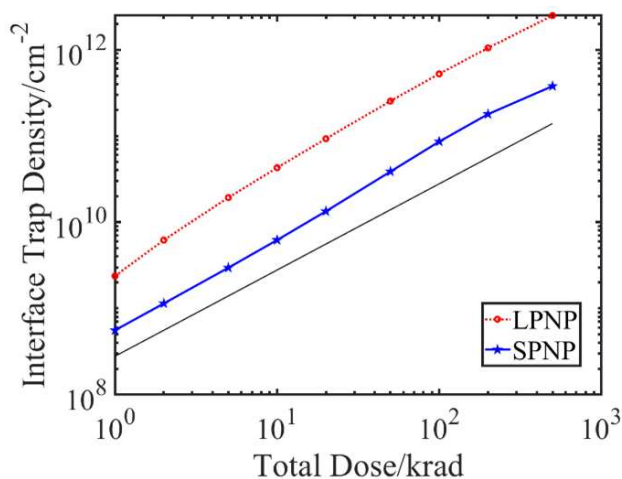


图 2 界面缺陷密度与总剂量的关系, 黑色参照线的斜率为 1

辐照产生的界面缺陷会改变晶体管的电学性质, 界面缺陷的存在会导致晶体管在工作状态时, 各个电极的电流会发生变化. 展示了空穴在总剂量为  $500\text{krad}$  的辐照前后, SPNP 晶体管  $yOz$  截面上的浓度分布情况 (图 3), 可以观察到, 由于辐照后的晶体管顶部氧化层下方积累了大量界面缺陷, 使得空穴的移动受到阻碍.

过剩基极电流  $\Delta I_B = I_B - I_{B_0}$  是评估器件辐照损伤的参数之一<sup>[17]</sup>, 其中  $I_B$  和  $I_{B_0}$  分别代表辐照前和辐照后的基极电流. 在辐照诱导下, 基极区域上方的氧化物中产生的电荷造成了基极电流的反转, 从而导致了更高的过剩基极电流  $\Delta I_B$ <sup>[23]</sup>. 图 4 展示了基极偏压取



-0.65V, 剂量率为 100rad/s 时, 总剂量对相对过剩基极电流  $\frac{\Delta I_B}{I_{B0}}$  的影响. 可以观察到, SPNP 器件的基极电流  $I_B$  的增加率相比于 LPNP 器件要低的多, 这与实验结果<sup>[17]</sup> 的表现一致. 同时, 可以发现相对过剩基极电流随总剂量的增加呈超线性增长, 和实验结果<sup>[24]</sup> 所表现的趋势一致.

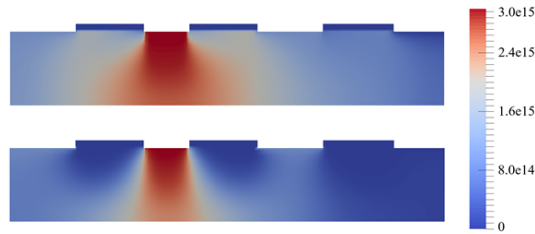


图 3 空穴在 SPNP 晶体管 yOz 截面上的分布, 基极偏压取 -1V. 上: 辐照前, 下: 辐照后

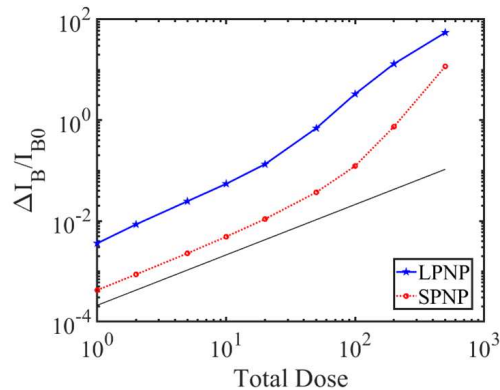


图 4 相对过剩基极电流随总剂量的变化曲线, 黑色参照线的斜率为 1

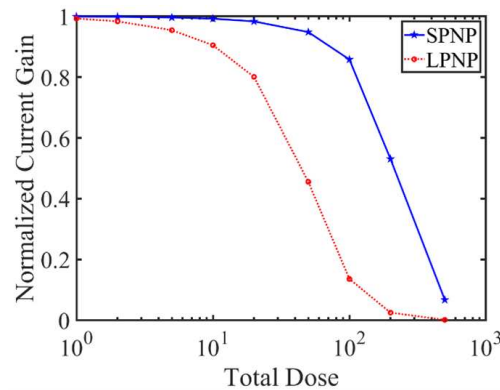


图 5 总剂量对电流增益的影响, 剂量率取 100rad/s, 基极偏压取 -0.65V.

理论上,辐照会使得基极区域上方的复合中心增加,从而导致基区的复合率增加,造成电流增益  $\beta = \frac{I_C}{I_B}$  的退化. 对于每个器件,我们将电流增益按该器件未受辐照时的电流增益进行了归一化. 图 5 展示了归一化后的电流增益系数随总剂量的关系,可看出 SPNP 器件的退化程度相比于 LPNP 器件更轻微,符合文 [17] 的实验结果.

## 4. 总 结

本文基于漂移扩散模型和辐照损伤效应,使用倒数平均有限元法模拟了总剂量对双极型晶体管的电学影响,反映出 SPNP 晶体管受辐照后的基极电流增大和电流增益退化的现象. 与 LPNP 晶体管的辐照损伤对比发现,辐照对 SPNP 器件的影响较轻微,与实验趋势基本吻合,同时也验证了模型和算法的有效性. 由于文献中缺少晶体管的详细信息和实验参数,本文仅进行了和实验数据的定性比较. 未来希望得到进一步的实验数据支持,并基于本文中的模型给出定量分析,从而对晶体管在辐照环境下所受到的影响给出更准确的模拟结果.

## 参 考 文 献

- [1] Liang M C, Law M E. An object-oriented approach to device simulation-FLOODS[J]. IEEE Transactions on Computer-aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1994, 13(10): 1235–1240.
- [2] Law M E, Cea S M. Continuum based modeling of silicon integrated circuit processing: An object oriented approach[J]. Computational Materials Science, 1998, 12(4): 289–308.
- [3] Cummings D J, Law M E, Cea S, Linton T. Comparison of discretization methods for device simulation[C]. IEEE International Conference on Simulation of Semiconductor Processes and Devices, 2009, 1–4.
- [4] Hennigan G L, Fixel D A, Castro J P, Lin P T. Charon parallel semiconductor device simulator[R]. Sandia National Laboratories, 2010.
- [5] Hennigan G L, Hoekstra R J, Castro J P, Fixel D A, Shadid J N. Simulation of neutron radiation damage in silicon semiconductor devices[R]. Sandia National Laboratories, 2007.
- [6] 成杰. 基于 PHG 平台的半导体器件模拟研究与结构力学有限元软件研制 [D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2012.
- [7] 王芹, 马召灿, 白石阳, 张林波, 卢本卓, 李鸿亮. 三维半导体器件漂移扩散模型的并行有限元方法研究 [J]. 数值计算与计算机应用, 2020, 41(2): 85–104.
- [8] 马召灿, 许竞, 卢本卓, 李鸿亮. 半导体器件电离辐照损伤效应模拟的数值算法及应用 [J]. 数值计算与计算机应用, 2020, 41(2): 105–120.
- [9] 黄成梓, 白石阳, 王芹, 马召灿, 张倩茹, 刘田田, 桂升, 卢本卓, 陈昕, 李鸿亮. 3Ddevice: 半导体器件及其辐照损伤效应仿真软件系统 [J]. 数值计算与计算机应用, 2020, 41(2): 121–142.
- [10] Vanroosbroeck W. Theory of flow of electrons and holes in germanium and other semiconductors[J]. Bell System Technical Journal, 1950, 29(4): 560–607.
- [11] Zhang Q R, Wang Q, Lu B Z, Zhang L B. A class of finite element methods with averaging techniques for solving the three-dimensional drift-diffusion model in semiconductor device simulations[J]. Journal of Computational Physics, 2022, 458: 111086.
- [12] Babuška I, Osborn J E. Generalized finite element methods: their performance and their relation to mixed methods[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1983, 20(3): 510–536.

- [13] Zhang Q R, Wang Q, Zhang L B, Lu B Z. An inverse averaging finite element method for solving three-dimensional Poisson-Nernst-Planck equations in nanopore system simulations[J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2021, 155(19): 194106.
- [14] Blöchl P E. First-principles calculations of defects in oxygen-deficient silica exposed to hydrogen[J]. *Physical Review B*, 2000, 62(10): 6158–6179.
- [15] Rowsey N L, Law M E, Schrimpf R D, Fleetwood D M, Tuttle B R, Pantelides S T. A quantitative model for eldrs and H<sub>2</sub> degradation effects in irradiated oxides based on first principles calculations[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2011, 58(6): 2937–2944.
- [16] Witczak S C, Schrimpf R D, Galloway K F, Fleetwood D M, Pease R L, Puhl J M, Schmidt D M, Combs W E, Suehle J S. Accelerated tests for simulating low dose rate gain degradation of lateral and substrate PNP bipolar junction transistors[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1996, 43(6): 3151–3160.
- [17] Schmidt D M, Fleetwood D M, Schrimpf R D, Pease R L, Graves R J, Johnson G H, Galloway K F, Combs W E. Comparison of ionizing-radiation-induced gain degradation in lateral, substrate, and vertical PNP BJTs[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1995, 42(6): 1541–1549.
- [18] Tu B, Chen M X, Xie Y, Zhang L B, Eisenberg B, Lu B Z. A parallel finite element simulator for ion transport through three-dimensional ion channel systems[J]. *Journal of Computational Chemistry*, 2013, 34(24): 2065–2078.
- [19] 马召灿. 半导体器件电离辐射效应数值模拟及其应用的研究 [D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2020.
- [20] 刘恩科, 朱秉升, 罗晋生. 半导体物理学. 第 7 版 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- [21] Slotboom J W. Computer-aided two-dimensional analysis of bipolar transistors[J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1973, 20(8): 669–679.
- [22] Barnaby H J. Total-Ionizing-Dose effects in modern CMOS technologies[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2006, 53: 3103–3121.
- [23] Pease R L, Turfler R M, Platteter D, Emily D, Blice R. Total dose effects in recessed oxide digital bipolar microcircuits[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1983, 30(6): 4216–4223.
- [24] Nowlin R N, Fleetwood D M, Schrimpf R D, Pease R L, Combs W E. Hardness-assurance and testing issues for bipolar/BiCMOS devices[J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2002, 40(6): 1686–1693.