

关于线性互补问题的模系矩阵分裂迭代方法

张丽丽

摘要

线性互补问题在经济和工程等领域中有着广泛的应用,其求解方法有直接方法和迭代方法两大类.对于大型稀疏线性互补问题而言,迭代方法相对于直接方法存储量小并且对舍入误差不太敏感,因此常用迭代方法来求解.模系矩阵分裂迭代方法是最近提出的用于求解线性互补问题的一种迭代方法,在实际应用中易于实现且非常有效.本文系统地研究了模系矩阵分裂迭代方法及其收敛理论.

首先,我们利用矩阵多分裂技巧提出了模系多分裂迭代方法,该方法具有良好的并行性质,适合在多处理器系统上进行并行计算,并建立了当系统矩阵是 H_+ -矩阵时模系多分裂迭代方法及其松弛变型的收敛理论.数值算例表明模系多分裂迭代方法在实际应用中能够达到较高的并行计算效率.

其次,在线性互补问题的多分裂迭代方法中每一次迭代都需要精确求解一组线性互补子问题或一组线性子系统,精确求解一般很耗时,为了减少计算时间我们从不同的角度出发构造了两种模系二级多分裂迭代方法来近似求解.当系统矩阵是 H_+ -矩阵时,我们分别建立了这两种二级多分裂迭代方法及其松弛变型的收敛理论.数值结果表明这两种二级多分裂迭代方法都能够有效地减少计算时间.

再次,为了充分利用每一次迭代的信息来提高计算效率,我们提出了两步模系矩阵分裂和多分裂迭代方法.当系统矩阵是 H_+ -矩阵时,我们利用严格对角占优矩阵和无穷范数的性质证明了其收敛性.因为两步分裂迭代方法的每一次迭代都包含了前推和回代两个过程,所以迭代次数大约为原来的一半,这样可以减少进程间的通信,提高计算效率.数值结果证实了两步分裂迭代方法的有效性.

最后,为了避免网格变细时模系矩阵分裂迭代方法的收敛速度下降,我们将其作为光滑子建立了模系多重网格迭代方法,并采用局部傅里叶分析估计出了其渐近收敛速度.数值结果一方面证实了局部傅里叶分析能够有效地估计 W-循环的渐近收敛速度,另一方面也表明了 W-循环的收敛速度和计算时间在实际应用中都能够达到最优.

关键词: 线性互补问题, 模系方法, 矩阵多分裂, 二级多分裂, 多重网格