

# 哈密尔顿偏微分方程的适定 性与数值方法研究

尹秀玲

## 摘要

本论文讨论哈密尔顿偏微分方程(又称多辛系统)的适定性与数值方法. 首先针对两类多辛系统, 利用变量代换和皮卡尔序列, 给出分析其适定性的步骤, 进而得到其适定性的充分条件.

将并置龙格库塔方法应用到非线性偏微分方程中会产生非线性代数方程组, 我们称之为并置龙格库塔方程. 龙格库塔方法的时间和空间步长作为参数出现在该方程中, 并置龙格库塔方程的可解性与步长密切相关. 针对两类非线性偏微分方程, 分别采用同伦方法和算子理论的压缩映像原理, 基于不同的假设, 提出不同的步长选取尺度, 从而保证并置龙格库塔方程是唯一可解的.

将 Preissman 盒子格式应用到非线性波方程产生非线性代数方程组, 需采用迭代方法来求解. 迭代处理使得该格式对应的离散多辛守恒律产生误差. 我们分别给出三种迭代方法对离散多辛守恒律产生的误差估计式. 数值结果验证了我们的理论分析.

最后采用一类调制傅立叶展式求解具有振荡系数的非线性薛定谔方程. 基于该展式提出三种数值方法. 数值调查显示: 在高频的情况下, 这类方法能有效地保持原方程解的波形. 只取首项的话, 还能保持原方程某种离散的模方守恒律和能量守恒律.