

自适应浸没边界有限元方法

伍泽东

摘要

本文我们主要提出了自适应浸没边界有限元方法,并将该方法用于求解非匹配网格下的椭圆问题,移动边界抛物问题以及稳态的 Stokes 问题,得到了相应算法的先验误差估计,后验误差估计以及相应的自适应浸没边界有限元算法。我们的方法具有最优的收敛阶,后验误差估计考虑了区域离散的误差,网格不需要和计算区域匹配。

对于浸没边界有限元方法求解椭圆问题这一部分,我们介绍了浸没边界有限元方法的基本思想,证明了浸没边界有限元方法得到的离散网格满足最大角条件,进而证明了方法求解分片光滑边界上椭圆问题最优先验误差估计;由于非匹配网格的非协调性,改进传统的 Clement 插值算子,并证明改进后的 Clement 插值算子相应的误差估计,针对边界的非协调性导致的 $H^{1/2}(\Gamma)$ 误差,利用 Faermann 的结果局部化非其次边界的 $H^{1/2}(\Gamma)$ 范数,得到可靠和有效的后验误差估计。

对于浸没边界有限元方法求解移动边界抛物问题这一部分,本文导出了求解移动边界问题的 ALE 自适应浸没边界有限元方法,时间方向用 ALE 策略,空间方向用浸没边界有限元方法;证明了该方法的先验误差估计。针对该方法的后验误差估计方面,首先将自适应误差归结到边界函数的某种延拓的估计,然后利用调和分析中的延拓定理得到延拓函数的估计,最后导出了残量型后验误差估计,以及自适应算法。

对于浸没边界有限元方法求解分片光滑区域上的 Stokes 问题这一部分,我们利用 C-R 非协调有限元方法和浸没边界有限元方法结合得到浸没边界 C-R 有限元的离散格式,证明了浸没边界 C-R 有限元离散系统的适定性,进而证明了该算法的先验误差估计,然后导出了后验误差估计和自适应算法。