

# 多尺度区域分解算法

马云飞

## 摘要

区域分解算法是求解大规模科学与工程计算问题最为有效的方法之一。本文的主要工作是对多尺度二阶椭圆方程研究基于间断有限元的区域分解方法, 包含通常的两层加性 Schwarz 方法和 FETI-DP 方法, 其中两层加性 Schwarz 方法又分为重叠型以及非重叠型算法。本文将从算法设计、理论分析和数值实验三方面进行研究, 具体可以分成如下三个部分。

第一部分首先给出了有限元方法的一些背景知识, 以及常用的有限元不等式。然后给出了经典的两层加性 Schwarz 方法的格式构造以及条件数理论分析, 接着介绍了 FETI-DP 方法的具体格式构造。

第二部分给出了基于间断有限元变分形式的两层加性 Schwarz 区域分解方法的构造, 包括重叠型以及非重叠型算法, 其中重叠型算法从根本上解决了 Graham 文章中所要求的多尺度系数必须跨过子区域边界处连续的要求; 而对于非重叠型算法, 首次将该算法用于多尺度问题的研究, 并且从理论上严格证明了条件数估计, 而数值算例表明该理论跟数值试验结果完全匹配。

第三部分同样是基于间断有限元变分形式, 给出了 FETI-DP 区域分解方法的构造。本文中的算法是 Dryja 工作的推广, 研究了系数不仅仅在子区域之间还在每个子区域内部都有跳跃的情形, 并且从理论上严格给出了 FETI-DP 算法的条件数估计。数值结果证明了 FETI-DP 算法对于这样一类多尺度问题是有效的。